

SOCIOEPISTEMOLOGÍA, EMPODERAMIENTO DOCENTE Y PROBLEMATIZACIÓN DEL SABER MATEMÁTICO: EL CASO DE LA PROPORCIONALIDAD

Daniela Reyes-Gasperini, Ricardo Cantoral-Uriza
Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México
dreyes@cinvestav.mx, rcantor@cinvestav.mx
Socioepistemología. Educación continua

Palabras clave: Unidad socioepistémica. Socioepistemología. Empoderamiento docente. Proporción

269

Resumen

Dadas las características del discurso Matemático Escolar (*dME*), que norma la matemática escolar y excluye a los actores de la *construcción social del conocimiento matemático* a causa de su centración en los objetos matemáticos carentes de significado para los estudiantes, la Socioepistemología se replantea *qué* aprenden nuestros estudiantes y bajo este cuestionamiento se propone un rediseño del *dME*. Como uno de los mecanismos didácticos que debe acompañar dicho rediseño postulamos al **empoderamiento docente**, este proceso tiene como fin provocar modificaciones en la práctica docente que incorporen la noción del aprendizaje que privilegie la validación de las distintas argumentaciones, permita la emergencia de las diversas racionalidades contextualizadas, posea un carácter funcional del saber, favorezca una *resignificación* progresiva considerando varios marcos de referencia, sobre la base de considerar a las prácticas sociales como las generadoras de dicho conocimiento.

En este trabajo presentamos una investigación en la que construimos una unidad de análisis **socioepistémica** con base en las dimensiones epistemológica, cognitiva, didáctica y social, de la noción de la proporcionalidad, lo cual nos permitió evidenciar el cambio de práctica de un docente como producto del cambio de relación al saber matemático a través de la **problematización del saber** y las actitudes de liderazgo.

En síntesis, se evidencia que la unidad de análisis sistémica del saber matemático con base en un estudio Socioepistemológico permitirá en un futuro evaluar la existencia del empoderamiento docente considerando a la problematización del saber como punto de partida.

Introducción

El creciente interés por el estudio de la formación docente en el campo de las matemáticas y su repercusión en Latinoamérica con la Matemática Educativa, es evidente (Ball, Thames y Phelps, 2008; Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz-Catalán, 2007; da Ponte, Quaresma y Branco, 2012; Llinares, Valls y Roig, 2008; Montiel, 2009; Passos, Nardi y Arruda, 2009; Reyes-Gasperini, 2010).

Las investigaciones que a esta temática refieren se sustentan en reflexiones que llamaremos clásicas: estudios sobre concepciones, creencias; sobre el contenido pedagógico del conocimiento, el contenido del conocimiento para la enseñanza; sobre las prácticas de los docentes a través del análisis de las tareas propuestas, el tipo de discurso en el aula y los

roles asumidos por los docentes y profesores; conocimientos teóricos y prácticos que deben tener los docentes, entre otras. Sin embargo, en los estudios que nosotros abordamos, concebimos que estos tópicos no bastarán si nuestro objetivo principal es un cambio profundo en la educación matemática, pues asumimos que estos enfoques no “problematizan el saber”, lo que consideramos está en el núcleo de la acción didáctica: llamaremos a esto el **estudio de la naturaleza del saber matemático enseñado**. Asumiendo la Teoría Socioepistemológica (Cantoral, 2003) afirmamos, a contracorriente de lo que suele afirmarse en el medio, que es en el propio *discurso Matemático Escolar* (*dME*) donde radica el mayor conflicto del aprendizaje de las matemáticas. ¿A qué nos referimos con el *dME*?

Desde los años '90 con los trabajos de Chevallard (1999) hemos entendido que la matemática escolar es el producto de un largo proceso de selección y reorganización mediada por procesos sociales, la transposición didáctica, que lleva al saber sabio, reconstruido hacia el saber enseñado, es decir, el saber matemático sufre modificaciones adaptativas de forma progresiva con el fin de seleccionar, organizar y estructurar los conocimientos matemáticos que serán incluidos en las unidades temáticas de la escuela. Hasta aquí, podemos afirmar que el *dME* puede, en este momento, sufrir modificaciones; la pregunta que nos compete ahora es ¿qué caracteriza al *dME*?

Es sabido que la manera de abordar la matemática en el sistema educativo, ocurre mediante la centración en los objetos matemáticos, concebidos estos como entidades abstractas que son ejemplificadas y ejercitadas; eludiendo en el tratamiento didáctico la construcción del conocimiento matemático por parte del estudiante, esto es, se concibe que las matemáticas tratan con objetos abstractos, anteriores por tanto a la praxis social y en consecuencia externas al individuo, siendo el profesor quien comunica “verdades preexistentes” a sus alumnos, normado por el *dME* (Cantoral, 2003). Se ha documentado en estudios recientes que el *dME* posee un carácter utilitario y hegemónico, carece de marcos de referencia para la resignificación, está compuesto de conocimientos acabados y continuos, y posee una atomización en los conceptos (Soto, 2010), exento por completo de una visión de la construcción social del conocimiento matemático (*CSCM*), por tanto, excluyente de ella. Entonces, ¿por qué no se cuestiona y modifica ese saber matemático en el currículo? Es por eso que la Socioepistemología se cuestiona el **qué** y no sólo el **cómo** aprenden nuestros estudiantes, pero... ¿Qué tipo de modificaciones debemos plantearnos?

La Socioepistemología se plantea el estudio de la *CSCM* como fundamento del **qué** se aprende. Para ello, en primer lugar, estudia la naturaleza del saber matemático, entendiendo a éste desde el posicionamiento del ser humano que actúa en la construcción de sus sistemas conceptuales; en segundo lugar, se ocupa del estudio de las prácticas sociales como normativas de la actividad humana y como base de la construcción de los sistemas conceptuales por parte del ser humano, problematizando las causas que lo conducen a hacer lo que hace (Covián, 2005); por último, se ocupa de caracterizar las articulaciones con evidencia empírica situada, de nociones y términos del modelo socioepistemológico (Cantoral, 2006); todo esto con el fin de incidir en el sistema educativo. Para ello se debe trabajar con los actores de este sistema, excluidos de la *CSCM*, empezando por los docentes

que realizan la labor en las aulas y cuestionarnos cuáles serán las acciones que les permitirá comprender, asimilar, asumir, aceptar y sumarse a la nueva propuesta del *dME*.

Es por esto, que nuestra investigación, más que discutir los aspectos pedagógicos, metacognitivos, identitarios, reflexivos o de autovaloración, se replantea un camino alternativo para incidir en la práctica docente: la problematización del saber. He aquí nuestra pregunta de investigación: ¿qué produce el cambio en la práctica de un docente que contemple el aprendizaje de la matemática con base en el modelo dinámico conceptual del conocimiento matemático (Reyes-Gasperini, 2011) el cual radica en los principios teóricos de la Socioepistemología (Cantoral, 2011)? (Ver figura 1)

271

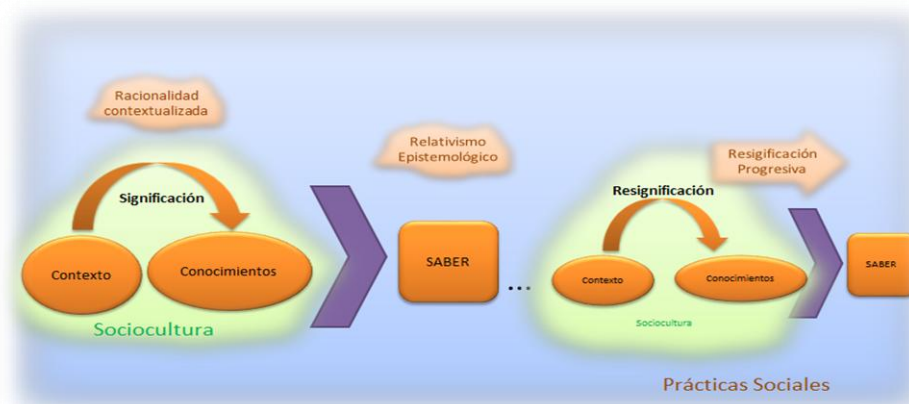


Figura 1. Modelo dinámico conceptual del desarrollo del conocimiento matemático (Reyes-Gasperini, 2011) con base en los principios teóricos de la Socioepistemología (Cantoral, 2011).

En este trabajo presentamos una investigación en la que construiremos una unidad de análisis **socioepistemológica** con base en las dimensiones epistemológica, cognitiva, didáctica y social, de la noción de la proporcionalidad, es decir, una unidad de análisis sistémica del saber matemático de lo proporcional. Esto nos permitió evidenciar el cambio de práctica de un docente como producto del cambio de relación al saber matemático a través de la **problematización del saber** y las actitudes de liderazgo. Este proceso que vive el docente lo hemos denominado: proceso de **empoderamiento docente**.

Empoderamiento

Con el fin de poder caracterizar el fenómeno del empoderamiento docente, se han analizado lo que las distintas comunidades de conocimiento entienden por *empoderamiento* y desde allí, construir la correspondiente a nuestra disciplina. Desde un enfoque psicosocial (Martín Maruri, 2011), social (Silva Dreyer y Martínez Guzmán, 2007), feminista (Camacho, 2003), desde la Psicología Comunitaria (Montero, 2006), o también, desde un enfoque educativo (Howe y Stubbs, 1998, 2003; Stolk, de Jong, Bulte y Pilot, 2011), se encuentran elementos transversales, a saber: entienden al empoderamiento como un proceso del individuo en colectivo, que parte de la reflexión para consolidarse en la acción, que se produce desde el individuo sin la posibilidad de ser otorgado y, por sobre todas las cosas, **transforma la realidad**.

En particular, los proyectos que tienen como objetivo impulsar el empoderamiento docente

(Howe y Stubbs, 1998, 2003; Stolk, de Jong, Bulte y Pilot, 2011) se focalizan en darle al docente herramientas para que realicen nuevas situaciones para el aula poniendo como punto importante la contextualización, ya sea mediante el conocimiento (conocer que existe) de nuevas investigaciones relacionadas con el tema a abordar, como así también, mediante la muestra de situaciones que brinden un contexto a lo que ellos ya conocen. Todo con el objetivo de que obtengan una actitud de liderazgo, confianza y mejora en sus prácticas para la enseñanza, enfatizando el hecho de que adquieran el poder de tomar las riendas de su propio crecimiento.

Sin embargo, si bien nosotros coincidimos plenamente con los resultados que se esperan, consideramos que este tipo de análisis se reduce a una interpretación pedagógica, mientras que nuestra intención es adentrarnos en la parte central de lo que puede funcionar como potencial para el empoderamiento docente, es decir, comenzar por la propia **problematización del saber** puesto en juego por parte de los docentes. (Howe y Stubbs, 1998; Montero, 2006) y logren hacer de su práctica, una profesión.

El empoderamiento y su relación al saber: el caso de la proporcionalidad

Para guiar esta sección, nos haremos la siguiente pregunta: ¿qué produce el empoderamiento docente? Para dar respuesta a ello construiremos una unidad de análisis sistémica, con base en la Socioepistemología, de la noción de la proporcionalidad.

En primer lugar, realizamos un análisis de la dimensión epistemológica. El surgimiento de la noción de proporción, como respuesta al problema de medir magnitudes inconmensurables, se hace explícito en *Los Elementos* de Euclides. En el Libro V define que las magnitudes proporcionales son aquellas que tienen la misma razón y concibe a la razón, en su definición 3, como una *relación cualquiera entre dos magnitudes homogéneas respecto de su cantidad*. Es decir, la relación “guarda la misma razón” pretende resaltar el hecho que a pesar de que cambien los tamaños de las magnitudes, la relación que se establece entre ellas se conserva, es decir, la razón se mantiene invariante: constante de proporcionalidad.

En cuanto a su dimensión cognitiva, existen investigaciones que analizan esta noción matemática. En ellas se evidencia que hay distintos tipos de pensamientos proporcionales, según su complejidad y desarrollo. Su comienzo proviene de un pensamiento proporcional cualitativo. Piaget e Inhelder (1977) enuncian al respecto que “la noción de proporción se inicia siempre de una forma cualitativa y lógica, antes de estructurarse cuantitativamente” (p. 141). En este paso de lo coloquial a lo simbólico es donde los estudiantes comienzan a cuantificar y enfrentarse a la construcción de “lo matemático”, pudiendo considerarse un medio para construir un significado de “lo proporcional” (Reyes-Gasperini y Cantoral, 2011). Posteriormente, respecto al pensamiento, Inhelder y Piaget (1972) mediante un experimento con balanzas en donde debía buscarse el equilibrio, afirman que en el individuo logra la localización de una relación entre las magnitudes intervinientes (subestadio II B), pero se concibe que la naturaleza de la relación es aditiva: “en vez de la proporción $P/P' = L'/L$, se tiene entonces una igualdad de diferencias $P - P' = L' - L$. La formación de la idea de proporcionalidad supone pues que en primer lugar, se sustituyan las simples relaciones de diferencia por la noción de la igualdad de productos $PL = P'L'$.”

(subestadio III A) (Inhelder y Piaget, 1972, p. 152).

Godino y Batanero (2002), enuncian respecto al modelo aditivo que si bien este tipo de estrategias son útiles para enfrentar con éxito ciertos problemas más sencillos, no son válidos en el caso general. Aquí puede darse como ejemplo el caso de $y = -x$, en la cual no se cumple el pensamiento sustentado en “a más, más... a menos, menos...”.

Carretero (1989), trabajó los diferentes tipos de estructuras multiplicativas. En su estudio concluye que “la división es, evidentemente una operación más difícil que la multiplicación, a pesar de la estructura multiplicativa que subyace” (Ibídem, 1989, p. 95).

Vergnaud (1990) trabaja sobre la teoría de los campos conceptuales comparando los de las estructuras aditivas (aquellas que precisan una adición, sustracción o combinación de ellas) de las estructuras multiplicativas (aquellas que requieren una multiplicación, división o combinación de ellas). Esto le permite generar una clasificación y análisis de las tareas cognitivas y en los procedimientos que potencialmente son puestos en juego en cada una de ellas. Concluye afirmando que el análisis de las estructuras multiplicativas es profundamente diferente de las estructuras aditivas.

Dado este estudio, construimos una unidad de análisis sistémica que sintetiza los modelos de pensamiento proporcional en el siguiente esquema:

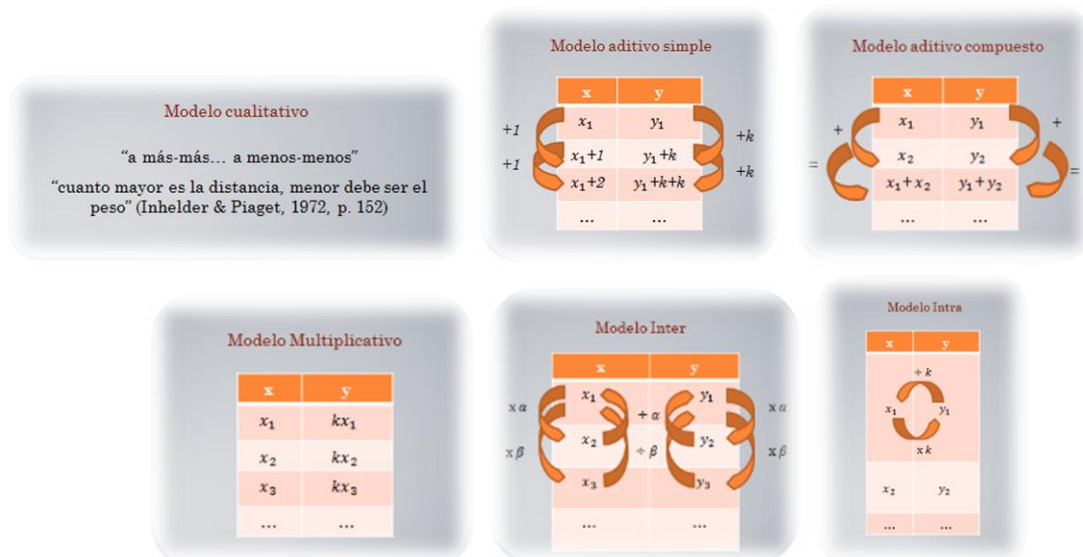


Figura 2: Modelos del pensamiento proporcional

Hasta ahora, a un nivel didáctico, se siguen privilegiando los métodos de reducción a la unidad, o bien, la regla de tres simple como ejes principales del pensamiento proporcional, lo que hemos visto no ha sido en ningún momento la naturaleza de este saber matemático, ni siquiera, cuando se estudian sus pensamientos. Esto, es un ejemplo de la exclusión de la CSCM provocado por el dME.

Bajo la mirada socioepistemológica, con base en su dimensión social, se concibe que los

conocimientos se dotan de significados a través de su uso y su funcionalidad. En este caso, la noción de proporcionalidad se resignificará en cuanto el individuo pueda reconocer a ésta como la relación que existe entre magnitudes cuya peculiaridad es que su razón se mantiene constante (reconocimiento de su naturaleza). Para ello, es necesario recurrir a los orígenes de la construcción de este conocimiento emergente de la sociedad misma como respuesta a la inconmensurabilidad, como así también, a los distintos marcos de referencia en los cuales puede encontrarse (leyes físicas, relaciones entre magnitudes de las áreas de las figuras geométricas, compra-venta en la vida cotidiana, entre muchas otras) para generar situaciones de aprendizaje que privilegien los distintos tipos de razonamientos y pensamientos proporcionales que en este saber matemático subyacen.

Análisis parcial de la evidencia empírica

Con base en la unidad de análisis sistémica de los seis modelos del pensamiento proporcional, evidenciaremos cómo un docente modifica su práctica en cuanto a su relación al saber, a través de la problematización del saber matemático.

- Problema matemático planteado por el docente a los estudiantes.

Consigna 1. En equipos resuelvan el siguiente problema:
Un automóvil viaja a una velocidad constante, algunas distancias y tiempos de recorrido se muestran en la tabla. Completa los datos que hacen falta en ella y contesta las preguntas.

Tiempo (h)	1.5	3	5	
Distancia (km)		240		720

Tabla 1. Interacción docente-estudiantes previa problematización del saber.

[220]	P	¿Qué representa el 80?
[221]	P	¿Alguien habló allá atrás? ¡E1! ¿Qué representa el 80, el valor de quién?
[222]	E1	El valor... representa... mmm
[223]	P	No sabe ¿verdad?
[224]	E1	Representa la constante de proporcionalidad
[225]	P	¿Por qué?, ¿por qué representa la constante de proporcionalidad?
[226]	E1	Porque 240 entre 3 es 80
[227]	P	Ya lo tiene ahí, pero ¿80 qué representa, el valor de qué E19?
[228]	E19	De una hora
[229]	P	El valor de una hora. Ponle, una hora por favor

En la línea [227], el adverbio “pero”, el cual se utiliza como enlace que une dos oraciones cuyos significados se contraponen, se restringen o se limitan, y enfatizando nuevamente en la pregunta de “¿qué representa el 80?”, da evidencia de que el docente no reconoce la relación entre lo que plantea E1 en la línea [226] y la noción de constante de proporcionalidad. Se denota su aceptación a la respuesta dada por E19, lo que muestra que el docente reconoce a la constante de proporcionalidad como aquella que está dada por el procedimiento de reducción a la unidad.

- Discusión con el docente con base en la problematización del saber en donde se retomaron los pensamientos, las dificultades y la naturaleza del saber de la proporcionalidad.

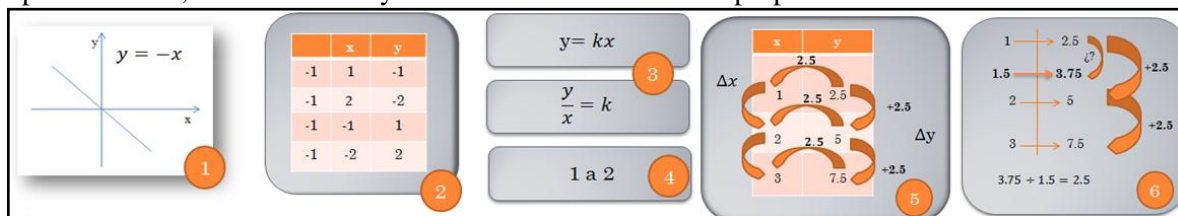


Tabla 2. Interacción docente-estudiantes luego de la problematización del saber.

[112]	P	Y para comprobar comprobar que hay proporcionalidad ahí... ¿cómo le podríamos hacer? ¿Cómo podríamos verificar?
[113]	E1	Con una tabla... con una gráfica...
[114]	P	A ver, permíteme (el docente se acerca al pizarrón y dibuja la tabla, encerrando a los números que E1 había colocado allí)
[115]	P	Dónde o cómo presientes que esto... bueno ya me dices que esto es una tabla, la tabla ¿Del qué?
[116]	E1	Del tres
[117]	P	(el profesor, en el pizarrón con E1, toma el plumón y comienza anotar) Del tres... Este valor y este que está aquí (3,1), este valor y este que está aquí (6,2), ¿Cómo podemos decir que son... que hay una proporcionalidad, dame una justificación, qué otra forma? ¿Cómo podremos comprobar esa proporcionalidad?
[118]	E1	Dividiendo
[119]	P	Ok, ¿qué valor y qué valor vas a dividir?
[120]	E1	Voy a dividir 3 entre 1 y da igual a 3 ; 6 entre 2, me da igual a 3 ; si divido 9 entre 3 me da igual a 3 y 12 entre 4 da igual a 3 y así, todos me tienen que dar 3 .
[121]	P	Y eso ¿qué me indicará?
[122]	E1	Que es la tabla del 3
[123]	P	Eso que acabas de hacer tú, eso exactamente la relación ¿qué? La relación que estableció ella, entre estos dos, entre estos dos, entre estos dos (señala los pares ordenados)... y aquí, aquí la tienen (señala los resultados de las divisiones que daban 3) sale el mismo valor , ¿sí? Y por esa simple y sencilla razón...
[124]		Son proporcionales

Aquí, se observa cómo el docente mantiene una interacción dialéctica en búsqueda de hacer emerger las argumentaciones de “¿por qué es proporcional?”, retando a los estudiantes mediante retroalimentaciones sucesivas de las argumentaciones de cada uno, (Cantoral et al., 2006), en donde, en este caso, sí se contempla la relación entre las magnitudes, evidenciando que la razón entre ellas se mantiene constante. Por tanto, la constante de proporcionalidad ya no se simplifica a la reducción a la unidad, sino que comienza a analizarse como una relación entre las magnitudes. (Cantoral y Reyes-Gasperini, 2012)

Conclusiones

Dadas las características del *dME* que excluye de la *CSCM* a causa de su centración en los objetos matemáticos carentes de significado para los estudiantes, la Socioepistemología se replantea *qué* aprenden nuestros estudiantes y bajo este cuestionamiento se propone un rediseño del *dME*. Postulamos que es el *empoderamiento docente* uno de los mecanismos didácticos que debe acompañar dicho rediseño con el fin de modificar la práctica docente e incorporar la noción del aprendizaje en donde se privilegie la validación de las distintas argumentaciones, se permita la emergencia de las diversas racionalidades contextualizadas, se posea un carácter funcional del saber, se favorezca una resignificación progresiva considerando varios marcos de referencia, sobre la base de considerar a las prácticas sociales como las generadoras de dicho conocimiento (ver figura 1).

El proceso de empoderamiento se caracteriza puntualmente por las actitudes de liderazgo y por la problematización del saber matemático. La primera, visible ante la toma de iniciativa de cambios en la práctica. La segunda, hasta ahora invisible, en este trabajo se hace palpable al incorporar el “uso del saber” mediante la unidad de análisis sistémica de la proporcionalidad, en donde se evidencia que el docente modifica su relación al saber incorporando aquellos modelos de pensamiento que refieren a la naturaleza del saber (ver figura 2) hasta el momento desconocidos por él.

En síntesis, se evidencia que la unidad de análisis sistémica del saber matemático con base en un estudio Socioepistemológico permitirá en un futuro evaluar la existencia del empoderamiento docente considerando a la problematización del saber como punto de partida.

Referencias Bibliográficas

- Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes it Special? *Journal of Teacher Education* 59 (5), 389-407. DOI: 10.1177/0022487108324554.
- Camacho, A. L. (2003). *Reflexiones preliminares en torno al empoderamiento*. Recuperado el 20 de noviembre de 2010 de <http://www.alforja.or.cr/centros/cep/documentos/poderyempoderamiento.pdf>.
- Cantoral, R. (2003). La aproximación socioepistemológica a la investigación en matemática educativa: una mirada emergente [CD-ROM]. *XI Conferencia Interamericana de Educação Matemática* (tema Educación Matemática & Desafíos y Perspectivas). Brazil, Blumenau: Universidad Regional de Blumenau.
- Cantoral, R. (2006). *La Socioepistemología como una Escuela del Pensamiento en el campo de la matemática educativa*. EIME, Tuxtla Gutiérrez, Chiapas.
- Cantoral, R. (2011). *Fundamentos y Métodos de la Socioepistemología*. Simposio en Matemática Educativa, 22 – 26 agosto 2011. D. F., México: CICATA del IPN.
- Cantoral, R. y Reyes-Gasperini, D. (2012). Educación y Didáctica: el caso del empoderamiento docente en matemáticas. *Memorias del III Congreso internacional y VIII Nacional de Investigación en Educación, Pedagogía y Formación docente* (en prensa). Colombia: Universidad Pedagógica Nacional de Bogotá.

- Carretero, L. (1989). La adquisición de la noción de proporcionalidad según diferentes tipos de estructuras multiplicativas por el niño de 8 a 11 años. *Anuario de Psicología* 42 (3), 85-101.
- Carrillo, J.; Climent, N.; Contreras, L. y Muñoz-Catalán, M. C. (2007). Un modelo cognitivo para interpretar el desarrollo profesional de los profesores de matemáticas. ejemplificación en un entorno colaborativo. *Enseñanza de las Ciencias* 25(1), 33-44.
- Chevallard, Y. (1999). El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico (trad. R. Barroso). *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19 (2), 221-266.
- Covián, O. (2005). *El papel del conocimiento matemático en la construcción de la vivienda tradicional: El caso de la Cultura Maya*. Tesis de maestría no publicada, Cinvestav, D. F., México.
- Da Ponte, J. e Quaresma, M. e Branco, N. (2012). Práticas profissionais dos professores de matemática. *Avances de Investigación en Educación Matemática* 1, 65-86.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (2002). *Proporcionalidad y su didáctica para maestros*. España, Granada: Proyecto de Investigación y Desarrollo del Ministerio de Ciencia y Tecnología.
- Howe, A. C. y Stubbs, H. S. (1998). Empowering Science Teachers: A Model for Professional Development. *Journal of Science Teacher Education* 8 (3), 167 – 182.
- Howe, A. C. y Stubbs, H. S. (2003). From Science Teacher to Teacher Leader: Leadership Development as Meaning Making in a Community of Practice. *Science Teacher Education* 87 (2), 281 – 297.
- Inhelder, B. y Piaget, J. (1972). El equilibrio de la balanza. En B. Inhelder y J. Piaget (Ed.), *De la lógica del niño a la lógica del adolescente. Ensayo sobre la construcción de las estructuras operatorias formales* (pp. 142 – 155). Argentina, Buenos Aires: Paidós.
- Llinares, S.; Valls, J. y Roig, A-I. (2008). Aprendizaje y diseño de entornos de aprendizaje basado en videos en los programas de formación de profesores de matemáticas. *Educación Matemática* 20 (3), 59-82.
- Martín Maruri, I. (2011). Empoderamiento para la innovación social. En Cibervoluntarios. org (Eds.), *Innovación para el empoderamiento ciudadano a través de las TIC* [Versión electrónica] (pp. 129 – 136). Recuperado de <http://www.empodera.org/pdf/libro.pdf>
- Montero, M. (2006). *Teoría y práctica de la psicología comunitaria. La tensión entre comunidad y sociedad* (3era ed.). Argentina, Buenos Aires: Paidós.
- Montiel, G. (2009). Formación docente a distancia en línea. Un modelo desde la matemática educativa. *Innovación Educativa* 9 (46). 89-95.
- Passos, M. M.; Nardi, R. e Arruda, S.M. (2009). A ‘Formação do Professor’ e seus Sentidos em 23 Anos do Bolema: 1985-2007. *Boletim de Educação Matemática* 22 (34), 209-236.
- Piaget, J. e Inhelder, B. (1977). El preadolescente y las operaciones proposicionales. En J. Piaget y B. Inhelder (Ed.), *Psicología del niño* (7ª ed.) (pp. 131-150). España, Madrid: Ediciones Morata.
- Reyes-Gasperini, D. (2010). Reflexiones acerca del aula actual, como desafío para el profesor de matemática. *Premisa* 12 (44), 44 – 50.

- Reyes-Gasperini, D. (2011). *Empoderamiento docente desde una visión Socioepistemológica: Estudio de los factores de cambio en las prácticas del profesor de matemáticas*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav, DF, México.
- Reyes-Gasperini, D. y Cantoral, R. (2011). El proceso de empoderamiento docente en el campo de las matemáticas. En A. R. Corica, M. P. Bilbao y M. P. Gazzola (Eds.), *Actas del I Congreso Internacional de Enseñanza de las Ciencias y la Matemática – II Encuentro Nacional de Enseñanza de la Matemática* (413-419). Argentina: Universidad Autónoma del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
- Silva Dreyer, C. L. y Martínez Guzmán, M. L. (2007). Empoderamiento, Participación y Autoconcepto de Persona Socialmente Comprometida en Adolescentes Chilenos. *Revista Interamericana de Psicología / Interamerican Journal of Psychology* 41 (2), 129-138.
- Soto, D. (2010). *El Discurso Matemático Escolar y la Exclusión. Una Visión Socioepistemológica*. Tesis de Maestría no publicada, Cinvestav, DF, México.
- Stolk, M. J.; de Jong, O.; Bulte, A. M. W. y Pilot, A. (2011). Exploring a Framework for Professional Development in Curriculum Innovation: Empowering Teachers for Designing Context-Based Chemistry Education. *Research in Science Education* 41 (3), 369 – 388. doi: 10.1007/s11165-010-9170-9.
- Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. *Recherchers en Didactiques des Mathématiques* 10 (2), 133 – 170.